Le devoir comprend quatre exercices indépendants.

Le barème est le suivant :

- Soin apporté à la copie (écriture lisible, résultats littéraux et numériques encadrés) : 1 point
- Exercice 1 : 6 points
- Exercice 2 : 4 points
- Exercice 3 : 5 points
- Exercice 4 : 4 points

Exercice 1- Étude du mouvement de la station spatiale internationale (ISS)

L'ISS est une station spatiale placée en orbite terrestre basse (environ 400 km)(cf. figure 1). Le projet a été lancé en 1983, l'assemblage en orbite a débuté en 1998.

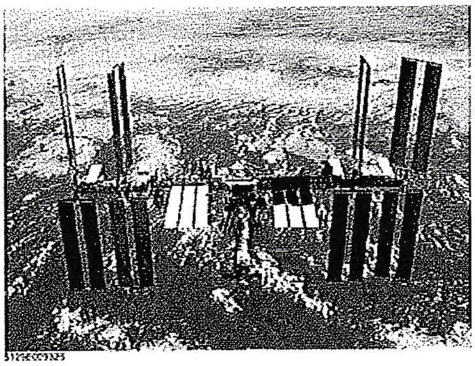

FIGURE 1 – ISS- vue extérieure @NASA

La station est le plus grand objet artificiel placé en orbite terrestre. Sa masse est d'environ 400 tonnes. Elle accueille des équipages internationaux (6 astronautes). A bord, ils effectuent des opérations d'assemblage, de maintenance et conduisent des expériences scientifiques.

L'objet de l'exercice est d'étudier le mouvement de la station (première partie)et de déterminer son énergie potentielle et mécanique (seconde partie).

Données

- rayon de la terre :$R_T = 6380$ km
- altitude de l'orbite : $h = 414$ km
- masse de la terre : $M_T = 5,98.10^{24}$ kg
- masse de la station :$M = 400$ tonnes
- constante universelle de la gravitation : $G = 6,67.10^{-11}$ USI
- L'intensité de la force de gravitation entre deux corps de masses respectives m_1 et m_2, séparés par une distance r est donnée par l'expression :

$$F = G\frac{m_1 * m_2}{r^2}$$

Questions préliminaires : étude du mouvement circulaire

On considère un point M en mouvement dans le plan (O,x,y). La base fixe associée à ce repère est $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$. Dans ce plan, on considère la base mobile $(\vec{u_r},\vec{u_\theta})$ (cf. figure 2)

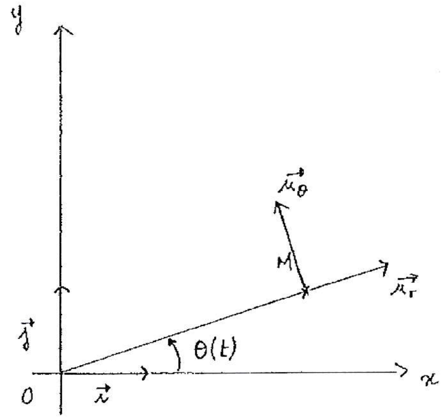

FIGURE 2 – Bases fixe et mobile dans le plan

Le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ est donné par l'expression

$$\overrightarrow{OM} = r\,(t)\,\vec{u_r}$$

1. Déterminer l'expression du vecteur vitesse $\vec{v}$ dans la base $(\vec{u_r},\vec{u_\theta})$.
2. Déterminer l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ dans la base $(\vec{u_r},\vec{u_\theta})$.
3. Que deviennent les expressions de la vitesse et de l'accélération lorsque le mouvement du point M est circulaire sur un cercle de centre O ? La vitesse angulaire $\dot{\theta}$ est notée ω.

Partie 1 : Questions sur le mouvement de la station

La station est considérée comme ponctuelle, assimilée à son centre de gravité G ; sa masse est M.

On considère que sa trajectoire est un cercle de centre O, avec O centre de la terre.

1. A partir d'une analyse dimensionnelle, donner l'unité de la constante de gravitation en fonction des unités de distance (m), de masse (kg) et de temps (s).
2. Réaliser un schéma représentant la force d'interaction gravitationnelle, $\vec{F}$ exercée par la terre sur l'ISS.
3. On note $\vec{u_r}$, le vecteur unitaire indiquant la direction OG. Donner l'expression vectorielle de l'interaction gravitationnelle.
4. On considère le référentiel géocentrique comme galiléen. On le nomme R. En considérant la seule action de la terre, établir l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ de la station.
5. Quelle est la qualification de ce type d'accélération ?
6. Montrer que le mouvement circulaire est uniforme.
7. On suppose que la trajectoire de la station est un cercle de centre O, et ce dans toute la suite de l'exercice. Montrer que la vitesse angulaire ω de la station est constante et que son expression est

$$\omega = \sqrt{\frac{G * M_T}{(h+R_T)^3}}$$

8. Déterminer l'expression de la période de rotation T de la station autour de la terre.
9. Déterminer l'expression de la vitesse linéaire v du satellite en fonction de G, M_T,R_T et h.
10. Applications numériques :
    - Calculer la période T et donner le résultat final en mn (arrondir à l'unité).
    - En déduire le nombre de levers de soleil que les astronautes de la station voient en une journée.
    - Calculer le vitesse linéaire v de la station et donner le résultat final en km/s (arrondir à l'unité).

Partie 2-Étude énergétique

1. Quelles sont les unités des énergies potentielle, cinétique et mécanique ?
2. Détermination de l'énergie potentielle

   On peut écrire la force de gravitation sous la forme

   $$\vec{F} = -\overrightarrow{GradE_p}$$

   avec

   $$\overrightarrow{GradE_p} = \frac{\partial E_p}{\partial r}\vec{u_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial E_p}{\partial \theta}\vec{u_\theta} + \frac{\partial E_p}{\partial z}\vec{u_z}$$

   L'énergie potentielle étant nulle à une distance infinie, déterminer alors l'expression de l'énergie potentielle E_p en fonction de G,M_T,M et de r où r est la distance OG.
3. Détermination de l'énergie cinétique E_c

   A partir de la définition de l'énergie cinétique, déterminer l'expression de l'énergie cinétique de la station en fonction de G,M_T,M et r.
4. En déduire l'expression de l'énergie mécanique E_m en fonction de G,M_T,M et r .
5. Application numérique : calculer les valeurs des trois énergies de la station.

Exercice 2- Détermination du diamètre d'un fil d'araignée

L'exercice porte sur le fil fabriqué par l'araignée *Nephila clavipes*, l'une des araignées les plus communes et les plus impressionnantes des forêts tropicales d'Amérique (cf. figure 3).

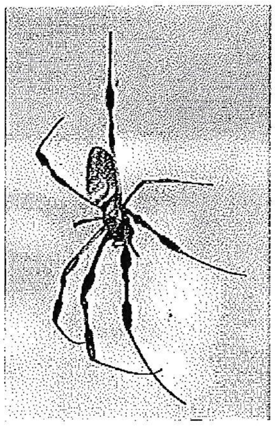

FIGURE 3 – Araignée Nephila Clavipes

La première partie de l'exercice concerne la détermination du diamètre du fil. La seconde partie étudie sa résistance mécanique. La seconde partie est indépendante de la première.

Première partie : détermination du diamètre du fil d'araignée

On note d le diamètre du fil d'araignée.

Il est maintenu en position verticale et est éclairé au moyen d'une source laser rouge de longueur d'onde $\lambda = 615$ nm. Le fil est placé proche de la source laser et à une distance D plus importante d'un écran (cf. figure 4).

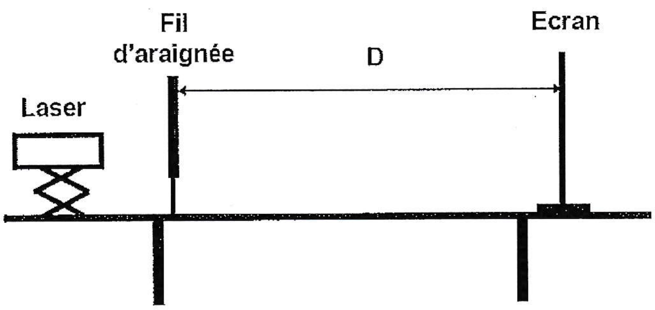

FIGURE 4 – Schéma de l'expérience

On obtient une figure de diffraction sur l'écran caractérisée par une tache centrale de largeur L et un angle de diffraction noté θ (cf.figure 5).

1. Quel caractère de la lumière est mis en évidence par l'apparition de cette figure de diffraction ?
2. Rappeler l'expression qui relie les grandeurs d,θ et λ.

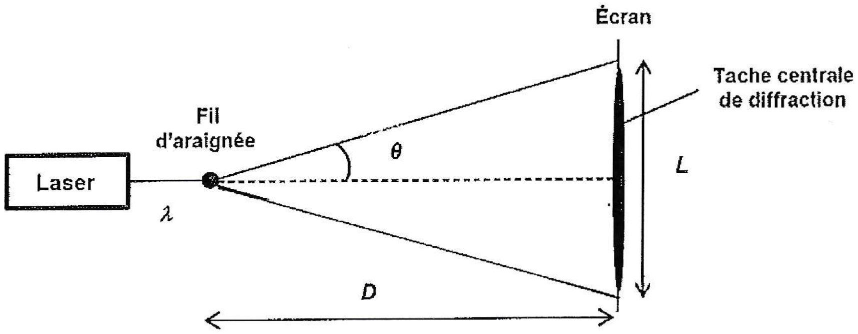

FIGURE 5 – Diffraction de la lumière par le fil

3. L'angle θ, exprimé en radians, est petit ; on alors $tan\theta = \theta$. Montrer que la largeur L de la tache centrale de diffraction admet pour expression littérale

$$L = \frac{2\lambda D}{d}$$

4. Application numérique : calculer le diamètre du fil d'araignée sachant que $D = 2$ m et $L = 18,8$ cm. Donner le résultat final en μm.

Deuxième partie : étude de la tenue mécanique du fil

Dans cette partie, on considère que le rayon du fil d'araignée est $r = 2,5 \quad \mu m$.

Lorsque le fil d'araignée est étiré par une force d'intensité F de faible valeur, il peut être considéré comme un ressort et on a la relation

$$\Delta L = \frac{FL_0}{ES}$$

avec

- $\Delta L = L - L_0$ l'allongement du fil,
- L_0 longueur initiale du fil,
- E module d'Young du fil (propriété mécanique du fil),
- S section transversale du fil.

La valeur du module d'Young E du fil est $8 * 10^9$ USI.

1. A l'aide d'une analyse dimensionnelle, déterminer l'unité du module d'Young E.
2. On prend un fil de longueur initiale $L_0 = 6,5$ cm et on tire avec une force $F = 0,03$ N. Le fil s'allonge jusqu'à atteindre la longueur $L = 7,7$ cm.

   Déterminer la valeur du module d'Young du fil et vérifier que cette valeur expérimentale est en accord avec la valeur indiquée précédemment.
3. Sachant que le fil de l'araignée peut s'allonger au maximum de 35% avant de casser, calculer la masse maximale qui peut-être suspendue à ce fil (pour le calcul, prendre $g = 10 \quad ms^{-2}$.

Exercice 3- Étude du pont de Wheatstone

Le pont de Wheatstone est un montage électrique permettant de mesurer une résistance inconnue.

L'objet de l'exercice est de comprendre le principe de la mesure d'une résistance.

Questions préliminaires

1. Quelle est la relation reliant la tension U aux bornes de la résistance R et l'intensité I traversant la résistance ?
2. Quel est le nom de cette relation ?
3. S'agit-il d'une loi théorique ou expérimentale ?

Étude du pont

On étudie le pont de Wheatstone, ci-après (cf. figure 6) ; la résistance inconnue est la résistance R_1. Les résistances R_3 et R_4 sont des résistances fixes connues ($R_3 = 100 \quad \Omega$ et $R_4 = 5 \quad k\Omega$. La résistance R_2 est une résistance variable.

Le pont est alimenté par une tension continue $E = 6$ V et la tension mesurée (le signal) est la tension s (cf. figure 6).

On dit que le pont est équilibré lorsque la tension s est nulle.

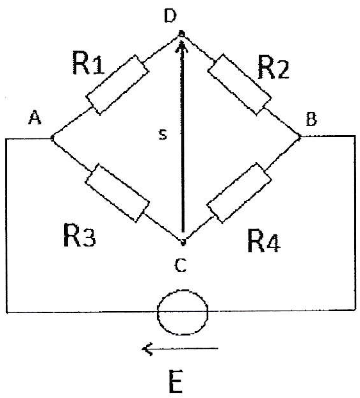

FIGURE 6 – Schéma du pont de Wheatstone

1. Montrer que l'expression de la tension s en fonction de E est :
$$s = E\frac{R_2R_3 - R_1R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$
2. A quelle condition le pont est-il équilibré ?
3. Donner alors l'expression de R_1 en fonction de R_2, R_3 et R_4.
4. Application numérique : lorsque le pont est équilibré, la résistance $R_2 = 1827 \quad \Omega$. Calculer R_1.
5. A partir de l'expression de s, déterminer l'expression de R_1 en fonction de s, R_2, R_3 et R_4.
6. Lorsque le voltmètre qui mesure s indique la valeur 0, cela signifie en fait que cette tension est comprise entre -1 mV et 1 mV. En déduire la précision sur la mesure de R_1.

Exercice 4- Étude du radar de recul d'une voiture

Les voitures récentes sont équipées de différents capteurs pour l'aide à la conduite ; on peut citer par exemple : "le radar" de recul.

L'objet de l'exercice est d'étudier le fonctionnement général de ce capteur.

Le radar de recul est basé sur des capteurs ultrasonores, qui se déclenchent automatiquement en marche-arrière. L'afficheur indique la distance de l'obstacle détecté pour des valeurs comprises entre $0,30$ m et 2 m. Généralement, l'afficheur est équipé d'une alarme sonore dont la fréquence évolue en fonction de la distance à l'obstacle.

Le radar de recul est composé de quatre capteurs ultrasonores identiques (cf. figure 7). Chacun de ces capteurs a une portée minimale $d_m = 0,30$ m.

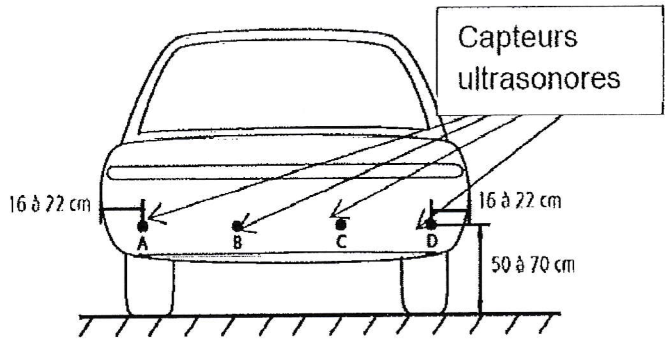

FIGURE 7 – Schéma d'un radar de recul

Le capteur est constitué d'un matériau piézo-électrique, capable de fonctionner à la fois en mode émetteur et en mode récepteur. Cependant, il n'est efficace en mode récepteur que lorsqu'il a fini d'émettre. C'est pourquoi, le capteur génère des salves ultra-sonores de durée $\Delta t_1 = 1,7$ ms avec une périodicité $\Delta t_2 = 12$ ms. La fréquence de l'onde émise est d'environ 40 kHz.

Un enregistrement du fonctionnement du capteur est représenté sur la figure 8. Lorsque

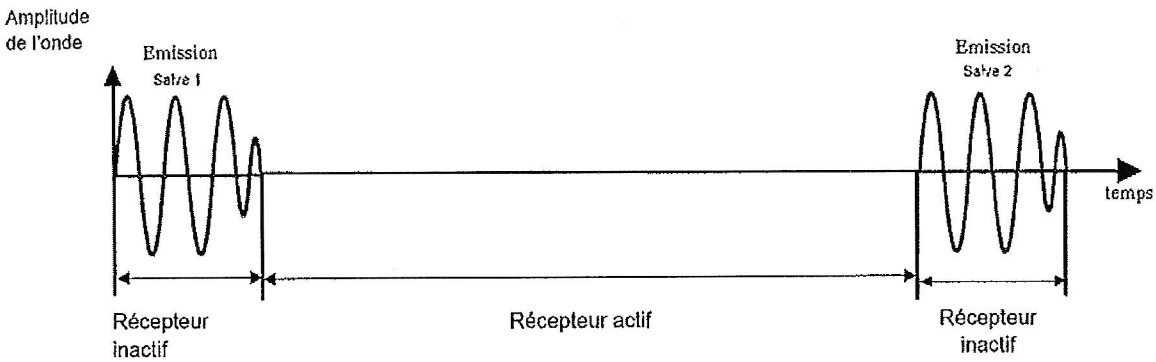

FIGURE 8 – Enregistrement du signal du capteur

l'onde émise par le capteur rencontre un obstacle, elle est réfléchie et revient sur le capteur. Le capteur enregistre alors la durée Δt pour cet aller-retour.

Donnée :

- célérité du son dans l'air $c = 340$ m/s.

Partie 1 : questions préliminaires sur les ondes sonores

1. Quel est le type d'onde des ondes sonores : transversal ou longitudinal ? Justifier la réponse.
2. Est ce que la célérité du son dépend du milieu de propagation ?
3. Donner la définition d'un milieu dispersif.
4. Est ce que l'air est un milieu dispersif pour les ondes sonores et ultrasonores ?
5. A partir de quelle fréquence, une onde sonore appartient au domaine des ultra-sons ?

Partie 2 : questions sur le capteur

1. Pourquoi le terme de "radar" pour ce type de capteurs est-il impropre ?
2. Calculer la valeur de la longueur d'onde λ de l'onde ultra-sonore émise par l'émetteur.
3. Recopier l'enregistrement du signal du capteur et indiquer sur celui-ci les durées Δt_1 et Δt_2.
4. Montrer que la distance minimale de détection est environ $d_m = 0,30$ m.
5. Quelle caractéristique du signal de l'émission doit-on alors modifier pour que le capteur puisse détecter un obstacle situé à une distance inférieure à d_m ? Justifier la réponse.
6. Montrer que la valeur de la portée maximale de ce capteur est environ 2 m.